非线性灰色微分方程$\frac{dx}{dt}+ax^{\circledcirc a}=b$的拟合

杨秋明

（江苏省气象台）

提要　本文给出了拟合非线性灰色微分方程$\frac{dx}{dt}+ax^{\circledcirc a}=b$的计算方法，并讨论了它的性质及应用。

关键词：非线性灰色微分方程；拟合；预测

一、引　言

线性灰色模型$GM(1,1)$对具有指数规律变化的非负数函数$\{x^{(1)}(i)\}(i\in I)$（$x^{(1)}(i)$为原始序列$x^{(0)}(i)$的一次累加生成，I为整数集）进行拟合有较高的精度，为了对于一般的非负单调序列也能用曲线较好地拟合，本文给出拟合非线性灰色微分方程$\frac{dx^{(1)}}{dt}+a[x^{(1)}]^{\circledcirc a}=b$的计算方法，并讨论它的性质及应用，将这个模型记为$GM(1,1;\circledcirc a)$，它是线性灰色模型$GM(1,1)$的一个推广。

二、基本定理

定义　设数函数$\{x^{(0)}(i),\ i=1,2,\cdots,N\}$满足：1) $x^{(0)}(i)>0$（非负）；2) $x^{(0)}(i)>x^{(0)}(i-1)$（递增）。数函数的一阶差分$x^{(0)}[i,\ i-1]=x^{(0)}(i)-x^{(0)}(i-1)$，二阶差分$x^{(0)}[i+1,\ i,\ i-1]=x^{(0)}[i+1,\ i]-x^{(0)}[i,\ i-1]$。对于$1\leqslant i\leqslant N$，如果$x^{(0)}[i+1,\ i,\ i-1]>0$，那么$\{x^{(0)}(i)\}$上凹；如果$x^{(0)}[i+1,\ i,\ i-1]<0$，那么$\{x^{(0)}(i)\}$上凸。若$\exists\varepsilon>0$，满足$\frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)}<\varepsilon$，称$x^{(0)}(i)$是光滑的。若$\bar{x}^{(0)}(i)=\frac{1}{2}[x^{(0)}(i)+x^{(0)}(i-1)]$，则$\bar{x}^{(0)}(i)$称为数函数$x^{(0)}(i)$的均值生成。

引理1　非负单调数函数$x^{(0)}(i)$的一次累加生成（$1AGO$）的数函数$x^{(1)}(i)$可用上凹或上凸的连续光滑曲线来拟合。

证明　由$x^{(0)}(i)>0$，$x^{(1)}(i)=\sum_{k=1}^{i}x^{(0)}(k)$，设$x^{(0)}(i+1)>x^{(0)}(i)$，得$x^{(1)}[i+1,\ i,\ i-1]=x^{(0)}(i+1)-x^{(0)}(i)>0$，是上凹数函数，可以用上凹的连续光滑曲线来拟合。

本文于1988年11月30日收到。

同理，若$x^{(0)}(i+1)<x^{(0)}(i)$，可证$x^{(1)}[i+1,\ i,\ i-1]<0$，可用上凸的连续光滑曲线来拟合。

推论　$x^{(1)}(i)$可用满足非线性微分方程$\frac{dx^{(1)}}{dt}+a[x^{(1)}]^{\otimes\alpha}=b$的光滑曲线$f(t;\ a,\ b,\ \textcircled{\scriptsize}_\alpha)$来拟合。

证明　将$x^{(1)}(t)=f(t;\ a,\ b,\ \textcircled{\scriptsize}_\alpha)$代入微分方程，取$\textcircled{\scriptsize}_\alpha$的某一白化值$\alpha_0$，得$\frac{df}{dt}+af^{\alpha_0}=b$，对$t$求导得$\frac{d^2f}{dt^2}=-a\alpha_0 f^{\alpha_0-1}\frac{df}{dt}$，其中$\alpha_0, f^{\alpha_0-1}$均大于零，$-a$为常数，$\frac{df}{dt}$不变号，所以$\frac{d^2f}{dt^2}$不变号，$f(t;\ a,b,\textcircled{\scriptsize}_\alpha)$为上凹或上凸曲线，由引理1，可以拟合$x^{(1)}(i)$。

引理2　若$x^{(0)}(i)$非负单调递增，$x_1^{(0)}(i)=x^{(0)}(i)+d_0$（$d_0$为非负常数），则

$$\frac{x_1^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x_1^{(0)}(k)}<\frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)}.$$

证明　由$x^{(0)}(i)>0$，$x^{(0)}(i)>x^{(0)}(i-1)>\cdots>x^{(0)}(1)$，$\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)=x^{(0)}(1)+\sum_{k=2}^{i-1}x^{(0)}(k)<x^{(0)}(i)+\sum_{k=2}^{i-1}x^{(0)}(k)<2x^{(0)}(i)+\sum_{k=3}^{i-1}x^{(0)}(k)<\cdots<(i-1)x^{(0)}(i)$得$\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)<(i-1)x^{(0)}(i)$，两边乘$d_0$，加$\left(\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)\right)x^{(0)}(i)$，得

$$\frac{d_0+x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}(d_0+x^{(0)}(k))}<\frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)},\quad\text{即}\quad\frac{x_1^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x_1^{(0)}(k)}<\frac{x^{(0)}(i)}{\sum_{k=1}^{i-1}x^{(0)}(k)}.$$

由引理2可以看出，对$x^{(0)}(i)$作平移变换可提高数函数的光滑程度。

定理　设$\{x^{(0)}(i), i=1,\ 2,\cdots,N\}$为非负单调原始序列，1 AGO为$x^{(1)}(i)=\sum_{k=1}^{i}x^{(0)}(k)$，$A$为正数，参数$\textcircled{\scriptsize}_\alpha\in(0,\ A)$，通过数据变换

$$\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY_N,\tag{1}$$

$$B=\begin{vmatrix}-\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(2)+x^{(1)}(1))\right)^{\otimes\alpha} & 1\\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(3)+x^{(1)}(2))\right)^{\otimes\alpha} & 1\\ \vdots & \vdots\\ -\frac{1}{2}\left((x^{(1)}(N)+x^{(1)}(N-1))\right)^{\otimes\alpha} & 1\end{vmatrix},\quad Y_N=(x^{(0)}(2),\ \cdots,\ x^{(0)}(N))^T.$$

$x^{(1)}(i)$可用下列非线性微分方程来拟合

$$\frac{dx^{(1)}}{dt}+a[x^{(1)}]^{\otimes\alpha}=b,\tag{2}$$

$$x^{(1)}|_{t=0}=x^{(1)}(1).\tag{3}$$

证明 不妨设 $x^{(0)}(i)$ 满足光滑性条件，由引理1的推论知 $x^{(1)}(i)$ 可用(2)来拟合。将(2)表示成差分方程，并取 $\Delta t = t_i - t_{i-1} = 1$，得

$$x^{(1)}(i) - x^{(1)}(i-1) + a[x^{(1)}(i)]^{\otimes a} = b,$$

$$x^{(0)}(i) = -a[x^{(1)}(i)]^{\otimes a} + b. \tag{4}$$

(4) 中对 $x^{(1)}(i)$ 均值生成，$i = 2, 3, \cdots, N$，得

$$x^{(0)}(2) = -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1))\right]^{\otimes a} + b,$$

$$x^{(0)}(3) = -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2))\right]^{\otimes a} + b,$$

$$\vdots$$

$$x^{(0)}(N) = -\left[\frac{1}{2}(x^{(1)}(N) + x^{(1)}(N-1))\right]^{\otimes a} + b.$$

即

$$\begin{pmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1))\right)^{\otimes a} & 1 \\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2))\right)^{\otimes a} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\left(\frac{1}{2}(x^{(1)}(N) + x^{(1)}(N-1))\right)^{\otimes a} & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix},$$

$$Y_N = B\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}. \tag{5}$$

显然矩阵 B 满秩，由最小二乘法得

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N.$$

若 $x^{(0)}(i)$ 不满足光滑性条件，由引理2知只要 $\exists d_0 > 0$，作变换 $x_1^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) + d_0$，可使 $x_1^{(0)}(i)$ 光滑，从而可用(2)式拟合。所以，任意非负单调序列 $\{x^{(0)}(i)\}$ 的1次累加生成序列 $\{x^{(1)}(i)\}$ 可用(2)式拟合。

三、计算方法

1. 光滑性检验与平移变换

取 $\varepsilon = 1$，光滑性条件变为 $\sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k) > x^{(0)}(i)$。若 $x^{(0)}(i)$ 不满足这个条件，作平移变换，取 $d_0 = \max(x^{(0)}(i)) = x^{(0)}(N)$ 或 $d_0 = 10^{\beta}$，$\beta = [\lg(x^{(0)}(N))] + 1)$。

2. 系数 a、b 的求解

取 $\odot_a$ 的白化值 a_0，用(1)求解。

3. 非线性微分方程(2)，(3)的求解

取 $\hat{\odot}_a$ 的一白化值 a_0，令 $x^{(1)}(t) = f(t)$，得

$$\frac{df}{dt} = -af^{a_0} + b, \tag{6}$$

$$f|_{t=0}=f(0)。\tag{7}$$

设 $t\in[0,\ T]$（T 为有限正数），因为 $F(t,\ f)=-af^{a_1}+b$ 在 R^2 上连续，且 $F'_f(t,\ f)$ 有界（$|F'_f(t,\ f)|=|-aa_0f^{a_0-1}|<L$），由中值定理，得

$$|F(t,\ f_1)-F(t,\ f_2)|=|F'_f(t,\ \xi)(f_1-f_2)|<L|f_1-f_2|。$$

$\xi\in(f_1,\ f_2)$，所以 $F(t,\ f)$ 满足 Lipschitz 条件，由压缩映象原理可证(6)，(7)有唯一连续的解。用四阶 Runge-kutta 方法求解(6)，(7)，选取合适的步长 h（$0<h\leqslant h_0$）可使数值积分稳定（h 满足 $|haa_0(x^{(1)})^{a_0-1}|<2.78$ 且 $a>0$ 时绝对稳定），从而求出 $\hat{x}^{(1)}(i)$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ N,\ N+1,\ \cdots$（$i>N$ 为预测值），通过1$IAGO$得

$$\hat{x}^{(0)}(i)=\hat{x}^{(1)}(i)-\hat{x}^{(1)}(i-1)。$$

4. 参数$\otimes_a$的确定

设 α 是$\otimes_a$的白化值，用直接搜索法求出 $\hat{a}$，使相对误差 R 为最小或达到给定的精度。

5. 时间序列的非线性灰色模型建模

1° 给定初值 $\hat{a}_0^0$ 和 Δ（Δ 是探索步长）。

2° $k=1$。

3° 由下式求出 $\hat{a}_i^k(i=1,\ 2,\ 3)$，

$$\begin{cases}\hat{a}_1^k=\hat{a}_0^{k-1}-\Delta,\\ \hat{a}_2^k=\hat{a}_0^{k-1},\\ \hat{a}_3^k=\hat{a}_0^{k-1}+\Delta。\end{cases}\tag{8}$$

4° $j=1$。

5° 对于$\hat{a}_j^k$，计算 $x^{(1)}(i)=\sum_{i_1=1}^{i}x^{(0)}(i_1)$(1$AGO$)，由(1)求 $\hat{a}$，$\hat{b}$，再用四阶 Runge-kutta 方法求解(2)，(3)得 $\hat{x}^{(1)}(i)$，计算 $\hat{x}^{(0)}(i)=\hat{x}^{(1)}(i)-\hat{x}^{(1)}(i-1)$(1$IAGO$)。

6° 由(9)计算相对误差

$$R_j^k=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{|\hat{x}^{(0)}(i)-x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}。\tag{9}$$

若 $j<3$，$j=j+1$，转向 5°；否则作 7°。

7° 若R_2^k最小或$|R_j^k-R_j^{k-1}|<10^{-2}g(a)R_j^{k-1}$作8°；否则$k=k+1$，$\hat{a}_0^{k+1}=\hat{a}_1^k$（$R_1^k$ 最小）或$\hat{a}_0^{k+1}=\hat{a}_3^k$（$R_3$最小），转向 3°（其中 $g(a)$为给定函数）。

8° 最后求出$\hat{a}_0^k$，$\hat{a}$，$\hat{b}$为问题的解，预测区间为$[\hat{x}_1^{(0)}(i),\ \hat{x}_2^{(0)}(i)]$，$\hat{x}_1^{(0)}(i)$，$\hat{x}_2^{(0)}(i)$ 分别为 a 取$\hat{a}_0^k$、$\hat{a}_0^{k-1}$时 $x^{(0)}(i)$的估计值（设 $\hat{x}_1^{(0)}(i)<\hat{x}_2^{(0)}(i)$），$i>N$。

四、讨　论

1. 方程$\frac{dx^{(1)}}{dt}+a[x^{(1)}]^a=b$（$a<0$）的解为上升曲线，将方程改写为如下形式

$$\frac{dx^{(1)}}{dt}=-a[x^{(1)}]^a+b。\tag{10}$$

(10)式表明曲线拟合反映$\frac{dx^{(1)}}{dt}$与 $x^{(1)}$之间的非线性关系，(10)求导得

$$\frac{d^2x^{(1)}}{dt^2} = -a\alpha[x^{(1)}]^{\alpha-1}\frac{dx^{(1)}}{dt}. \tag{11}$$

从(11)式可知α具有明显的几何意义：它反映了被拟合曲线的凸凹性及$x^{(0)}$的变化率$\left(\frac{dx^{(0)}}{dt}$与$\frac{d^2x^{(1)}}{dt^2}$相对应$\right)$，当$\alpha\neq1$时，$\frac{d^2x^{(1)}}{dt}$还与$x^{(1)}$有关，因此能更好地反映原始序列提供的信息。(10)对α求导，得$\left(\frac{dx^{(1)}}{dt}\right)'_\alpha = -a(x^{(1)})^\alpha\ln x^{(1)}$，即$(x^{(0)})'_\alpha = -a(x^{(1)})^\alpha\ln x^{(1)}>0$，即$x^{(1)}(t)$对于$\alpha$单调，当$\alpha<1.00$时，$x^{(1)}(t)$的变化率小于指数上升变化率，反之，$x^{(1)}(t)$的变化率大于指数上升率，当$\alpha=1.00$，$x^{(1)}(t)=Ae^{at}+B$，退化为线性$GM(1,1)$模型(图1)。

2．迭代过程中，若$|R_j^k - R_j^{k-1}|<10^{-2}g(\alpha)R_j^{k-1}$，则认为达到给定精度。$g(\alpha)=1$，为减少计算量，也可取$g(\alpha)=\frac{1-\hat{\alpha}_0^k}{\Delta}=k$求出$\hat{\alpha}_0$，$\hat{a}$，$\hat{b}$作为近似解。初值一般取$\hat{\alpha}_0^0=1.00$，$\Delta$可适当选取。

3．当α取某些值时，(2)可求出解析解。下面列出$\alpha=0.5,1.0,2.0$时的解(令$x^{(1)}(t)=f$)。

(1) $\alpha=0.5$，$\frac{df}{dt}=b-af^{0.5}$，

$$\sqrt{f}-\sqrt{f_0}+\frac{b}{a}\ln\frac{a\sqrt{f}-b}{a\sqrt{f_0}-b}+\frac{a}{2}t=0;$$

(2) $\alpha=1.0$，$\frac{df}{dt}=b-af^1$，

$$f=\left(f_0-\frac{b}{a}\right)e^{-at}+\frac{b}{a};$$

(3) $\alpha=2.0$，$\frac{df}{dt}=b-af^2$，

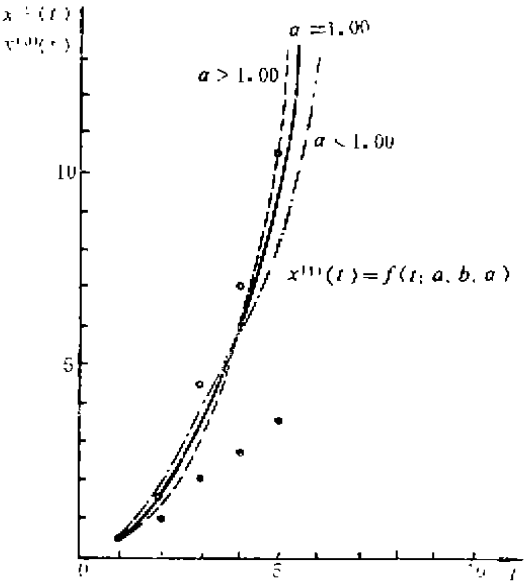

图1 曲线 $x^{(1)}(t)=f(t;a,b,\alpha)$
• $x^{(0)}(i)$ ◦ $x^{(1)}(i)$

$$f=\frac{\sqrt{|b|}(1+c_0e^{-2\sqrt{ab}t})}{\sqrt{|a|}(1-c_0e^{-2\sqrt{ab}t})},$$

$$c_0=\frac{\sqrt{|a|}f_0-\sqrt{|b|}}{\sqrt{|a|}f_0+\sqrt{|b|}}\quad(ab>0);\qquad f=\sqrt{\left|\frac{b}{a}\right|}\operatorname{tg}(\sqrt{|ab|}t+c_1),$$

$$c_1=\operatorname{arc\ tg}\left(\sqrt{\left|\frac{a}{b}\right|}f_0\right)\quad(ab<0).$$

4．对于预测来说，$\otimes_\alpha$可由$x^{(0)}(1)$，…，$x^{(0)}(N)$中N个数据确定，也可由后p个数据确定，即$x^{(0)}(N-p+1)$，…，$x^{(0)}(N)$，这时R_j^k改为

$$R_j^k=\frac{1}{p}\sum_{i=N-p+1}^{N}\frac{|\hat{x}^{(0)}(i)-x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}, \tag{12}$$

或由某过程的特点以及其它专业知识决定，这样能提高预测精度。用(12)式估计$\otimes_\alpha$说明对于较长序列下一步预测值与近期数据的变化关系密切，而与较长时间数据关系较小。另外也可以用M个数据($M<N$)滑动地建立模型进行动态预测，此时参数a，b，α与时间有关。

5．模型(2)建模只需非负单调序列即可，对$x^{(0)}(i)$的光滑性要求不高，通过平移变

换及数据生成(AGO 过程)减弱序列的随机性，使序列光滑性提高，从而提高模型精度。虽然多次累加变换能使序列确定性上升趋势更加明显而容易用 $GM(1,1)$ 建模，但作逆变换仍需多次，从而误差增大，因此只能选择次数较少的累加变换($\leqslant 2$次)，使模型精度稳定提高，对于波形序列需用拓扑预测方法。

五、数值实例

给定原始时间序列$\{x^{(0)}(i),\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ 8\}$(见表 1 第 2 行)，这个序列具有以下特点，①非光滑；②变化率不均匀，下面分别建立线性和非线性灰色模型(结果见表 1)。

表1　线性和非线性模型的估计值

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	R(相对误差)
$x^{(0)}$	8	8	37	95	151	188	197	231			
$\hat{x}_1^{(0)}$	3.00	59.09	76.67	99.47	129.06	167.45	217.26	281.87	365.71	474.49	1.011
$\hat{x}_2^{(0)}$	3.00	8.10	44.23	89.13	130.34	167.78	202.27	234.45	264.75	293.51	0.069
$\hat{x}_3^{(0)}$	3.00	17.94	53.04	89.36	126.91	165.78	205.97	247.56	290.57	335.08	0.266
$\hat{x}_4^{(0)}$	3.00	6.19	52.90	94.72	133.63	170.58	206.11	240.54	274.11	307.00	0.119

表 1 中$\hat{x}_1^{(0)}$，$\hat{x}_2^{(0)}$是由$x^{(0)}$直接建立线性和非线性灰色模型得出的估计值，微分方程分别为

$$(a)\ \frac{dx^{(1)}}{dt}-0.26039x^{(1)}=50.95243\ ;$$

$$(b)\ \frac{dx^{(1)}}{dt}-21.73427(x^{(1)})^{0.876}=-31.97454(\hat{a}_0^0=1.00,\ \Delta=0.001)\ .$$

$\hat{x}_3^{(0)}$，$\hat{x}_4^{(0)}$是作平移变换 $Y^{(0)}=x^{(0)}+1000$ 后建立线性和非线性灰色模型得出的估计值($\hat{x}^{(0)}=\hat{Y}^{(0)}-1000$)，微分方程分别为

$$(c)\ \frac{dY^{(1)}}{dt}-0.033901Y^{(1)}=966.783;$$

$$(d)\ \frac{dY^{(1)}}{dt}-0.990497(Y^{(1)})^{0.65}=891.692(\hat{a}_0^0=1.00,\ \Delta=0.05).$$

非线性模型(b)，(d)建模过程中相对误差 R 随 a 的变化曲线 $R=R(a)$ 见图 2 中实线$\left(R(a)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{|\hat{x}^{(0)}(i)-x^{(0)}(i)|}{x^{(0)}(i)}\right)$和虚线$\left(R_1(a)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{|\hat{Y}^{(0)}(i)-Y^{(0)}(i)|}{Y^{(0)}(i)}\right)$。

模型(b)精度较高，但计算量较大，而模型(d)精度已足够，而且计算量较小。

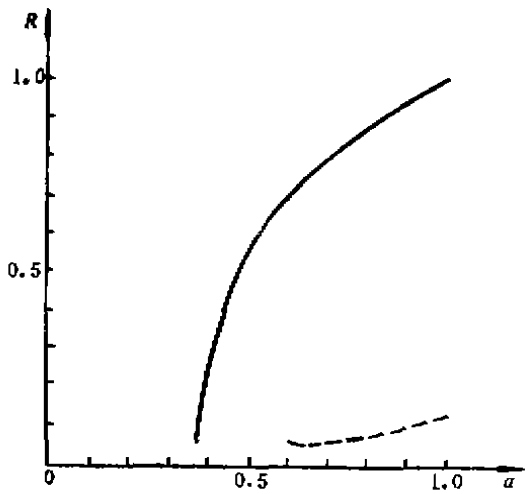

图2　曲线 $R=R(a)$

六、应 用

1．冷空气活动中期预报

用88年10—11月南京地区冷空气活动日期资料(冷空气活动，①$\Delta T_{2,4} \leqslant -5$℃或$\Delta T_{4,8} \leqslant -7$℃；②风向转为偏北风，$\Delta P_{2,4} > 0$)，转化为以1月1日为1的顺序累积天数，构成原始时间序列(见表2第2行)，给定$\hat{a}_0^0 = 1.00$，$\Delta = 5 \times 10^{-2}$，建立非线性灰色模型

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.000365(x^{(1)})^{1.50} = 296.543$$

模型相对误差为$R = 8.7 \times 10^{-5}$．模型预报11.17(322)，11.24(329)各有一次冷空气活动过程，实况为11.16—11.17及11.23—11.24．

表2 冷空气活动日期中期预报

i	1	2	3	4	5	6	7
$x^{(0)}(i)$	296	300	304	309	315		
$\hat{x}^{(0)}(i)$	296.00	300.03	304.04	309.06	315.00	321.80	329.45

2．太阳黑子相对数极小值年份预报

设$x^{(0)}(i)$为1880年以来，太阳黑子相对数极小值年份构成的时间序列(见表3第2行)，给定$\hat{a}_0^0 = 1.00$，$\Delta = 5 \times 10^{-2}$，建立非线性灰色模型

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.00328(x^{(1)})^{1.05} = 1888.48$$

模型相对误差为$R = 1.97 \times 10^{-4}$(建模时用(12)式计算R_p^1，$p = 5$)．模型预报1987年和1998年是太阳黑子相对数极小值年．

表3 太阳黑子相对数极小值年份预报

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x^{(0)}(i)$	1889	1901	1913	1923	1933	1944	1954	1964	1976		
$\hat{x}^{(0)}(i)$	1889.0	1902.4	1912.3	1922.4	1932.8	1943.4	1954.1	1964.9	1975.9	1987.0	1998.3

参 考 文 献

1 邓聚龙．灰色控制系统．华中工学院出版社，1985．

2 Bohm W, Gose G. 数值数学方法引论(中译本)．高等教育出版社，1987．

3 陈兆国．时间序列及其谱分析．科学出版社，1988．

The Fitting For Grey Nonlinear Differential Equation $\frac{dx}{dt}+ax^{\otimes a}=b$

Yang Qiuming (杨秋明)

(*Meteorological Observatory of Jiangsu Province*)

Abstract

In this paper, the method of calculation is given for fitting a differential equation $\frac{dx}{dt}+ax^{\otimes a}=b$, and its nature and application are discussed.

Key words: Grey nonlinear differential eguation; Fitting; Prediction

全国第五次灰色系统理论学术讨论会议在华工召开

全国第五次灰色系统理论学术讨论会，于1990年6月7日至10日，在华中理工大学学术中心隆重召开。

参加这次学术大会的有来自全国各省市（除台湾、西藏两省外）的正式代表近三百人。大会共收到学术论文三百多篇。在大会宣读的论文有一百多篇。这次会议与前四次会议比较有以下几大特点：1. 参加人数多，具有高级职称的代表多；2. 学术交流的范围广，探讨的理论更深入；3. 学术气氛浓厚，发言积极，讨论活跃。

灰色系统理论创始人邓聚龙教授亲自主持这次大会。这次全国性的学术研讨会得到了湖北省、武汉市及华中理工大学的各级领导的大力支持，会议于 6 月10日圆满胜利结束。

（李健萍）